Лабораторная работа №1

«Множества и отношения»

Цель работы: Освоить основные операции над множествами и научиться определять отношения между их элементами.

Порядок выполнения

1. Зарегистрироваться на сайте www.ws-dss.com.
2. Получить на сайте индивидуальное задание (Раздел **Задачи**, пункт **Новая задача**, метод **set_task**). В качестве исходных данных указывается JSON содержащий уникальный целочисленный номер студента в формате: <год - 4 цифры><факультет - 2 цифры><группа - 3 цифры><номер в журнале - 2 цифры>. Например: {"team": 20150311500}.
3. Решить индивидуальное задание полученное в пункте 2.
4. Проверить правильность решений индивидуального задания. Для этого запустить задачу с методом **set_task** указав ответы в формате: {"team": 20150311500, "0":[0,3,4], "1":[0,1]}. Здесь "0" – номер вопроса, [0,3,4] - ответ, который в данном случае перечисляет элементы соответствующего множества. Распечатать результат проверки (вся страница полностью, включая e-mail, входные и выходные данные и QR-код).
5. Аналогично получить индивидуальное задание по теме «Отношения» (метод **relation_task**), решить его, проверить правильность и распечатать результат.
6. Оформить отчет.

Отчет должен включать: титульный лист, цель работы, порядок выполнения, распечатки индивидуальных заданий (включая QR-коды), листы решениями с промежуточными результатами и пояснениями по ходу выполнения, распечатки результатов решения с ответами (включая QR-коды), выводы по работе. Страницы пронумеровать.

Титульный лист должен содержать: название ВУЗ-а, название института (факультета), номер и название кафедры, название предмета, номер и название лабораторной работы, номер группы, фамилию и инициалы студента, адрес его электронной почты, фамилии и инициалы преподавателей, год выполнения работы.

Методические указания

Множества

Множество – неупорядоченный набор элементов (a∈A или (исключающее) $a \notin A$).
A = {a_1, a_2, ..., a_n}.
Порядок элементов не важен.
Не важно, сколько раз встречается один и тот же элемент.
N = множество натуральных чисел {0,1,2,3,....}.
Множество, не содержащее ни одного элемента { }, называется ***пустым Ø***.
Число элементов множества есть ***мощность множества*** $|A|$**.**
$|\emptyset|$ равна нулю.

Множества A и B называются ***равными*** (A=B), если они состоят из одних и тех же элементов

Множество A является ***подмножеством*** множества B (A⊆B) если любой элемент множества A принадлежит множеству B.

Множество **U** называется ***универсальным***, если все рассматриваемые в данной задаче множества являются его подмножествами. Для универсального множества справедливо, что $\overline{\mathbf{U}}$=Ø и $\overline{U}$= Ø. **U ⊆ U** и Ø⊂ **U.**

Операции над множествами

1. *Объединение* множеств. **C=A ∪ B** множество, состоящее из элементов, принадлежащих хотя бы одному из множеств (или A или B или обоим сразу)/

2. *Пересечение* множеств **C=A⋂B** множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих обеим множествам (и A и B). Если A⋂B=Ø, то множества не*пересекающиеся.*

3. *Дополнение* множества $\overline{A}$. Дополнением множества A до универсального множества **U** (A⊂ **U**) будет такое множество $\overline{A}$**,** для которого **A∪** $\overline{A}$**= U и A⋂** $\overline{A}$**=Ø**.

4. Разность множеств **C=A\B** – множество, элементы которого входят в A, но не входят в B (C∈A; C∉B). Можно записать как C=A\B=A⋂$\overline{B}$.

5. Симметрическая разность. **A∆B=(A\B) ∪ (B\A)** или **A∆B= (A⋂$\overline{\mathbf{B}}$) ∪ ($\overline{A}$⋂B).**

Бинарные отношения

Под **отношениями** в дискретной математике понимаются наличие определённой взаимосвязи отдельных элементов одного множества или нескольких элементов одного и того же или различных множеств.

Бинарные отношения рассматриваются для пар элементов. Обычно задаются на декартовом произведении второго порядка множества X, т.е. R⊆ XxX. Если элементы множества x_i и x_j находятся в отношении R, то это можно записать как $\boldsymbol{x_i \, R \, x_j}$.

Задание бинарных отношений.
- перечисление пар <x_i, y_j> ∈X^2, для которых это отношение выполняется/
- матрицей бинарного отношения.

Свойства бинарных отношений.

1) Отношение R **рефлексивное**, если для любого x∈X выполняется xRx. (главная диагональ матрицы содержит только единицы).

Отношение R **антирефлексивно**, если ни для какого x∈X не выполняется xRx. (главная диагональ матрицы содержит только нули).

Отношение R <u>**не рефлексивно**</u> если xRx справедливо <u>не для всех</u> x∈X. (главная диагональ матрицы содержит и нули и единицы).

2) Отношение R <u>**симметричное**</u>, если для $(\forall x_i, x_j)$∈R из x_i R x_j следует x_j R x_i. (Матрица отношения симметрична относительно главной диагонали).

<u>Отношение</u> R <u>**антисимметрично**</u>, если из x_i R x_j и x_j R x_i следует, что $x_i = x_j$.

Отношение R – <u>**несимметричное**</u> если <u>не для всех</u> (x_i, x_j)∈R из x_i R x_j следует x_j R x_i.

3) <u>Отношение</u> R <u>**транзитивное**</u>, если для любых элементов (**x**, **y** и **z**) из множества X из условия **x**R**y** и **y**R**z** следует, что **x**R**z.**

<u>Отношение</u> R <u>**антитранзитивное**</u>, если для любых элементов (**x**, **y** и **z**) из множества X из условия **x**R**y** и **y**R**z** следует, что не выполняется **x**R**z.**

4) <u>Отношение</u> R <u>**нетранзитивное**</u>, если <u>не для всех</u> (**x**, **y** и **z**) из множества X из условия **x**R**y** и **y**R**z** следует, что **x**R**z.**

5) <u>Отношение</u> R <u>**связное**</u> (слабая связность) если для ∀ *(x,y) ∈X x≠y выполняется* xRy ∨ yRx .

<u>Виды бинарных отношений</u>

<u>Бинарное отношения R</u> называется <u>**отношением эквивалентности**</u> (~) если оно:

- <u>рефлексивно</u> (для любого x∈X (x,x) ∈R),
- <u>симметрично</u> (для любого (x_i,x_j) ∈X : (x_i,x_j) ∈R, (x_j,x_i) ∈R)
- <u>транзитивно</u> (для любого (x,y,z) ∈X из (x,y) ∈R и (y,z) ∈R следует (x,z) ∈R)

<u>Бинарное отношение R</u> называется <u>**отношением нестрогой упорядоченности**</u> **(≤) (частичного порядка** если оно:

- <u>рефлексивно</u> (любое x∈X, (x,x) ∈ R)
- <u>антисимметрично</u> (любое (x_i, x_j) c из (x_i, x_j) ∈R и (x_j, x_i) ∈R следует $x_i = x_j$)
- <u>транзитивно</u> (любое(x,y,z) ∈X из (x,y) ∈R и (y,z) ∈R следует (x,z) ∈R).

<u>Бинарное отношение R</u> называется <u>**отношением строгой упорядоченности**</u> (<) (**строгого порядка**) если оно:

- <u>антирефлексивно</u> (ни для какого x∈X (x,x) ∉R),
- <u>антисимметрично</u> (любое (x_i, x_j) c из (x_i, x_j) ∈R и (x_j, x_i) ∈R следует $x_i = x_j$)
- <u>транзитивно</u> (для любого (x,y,z) ∈X из (x,y) ∈R и (y,z) ∈R следует (x,z) ∈R).

<u>Бинарное отношение R</u> называется <u>**отношением линейного порядка**</u> если оно связное отношение частичного порядка.

<u>Бинарное отношение R</u> называется <u>**отношением доминирования,**</u> если оно:

- антирефлексивное (ни для какого x∈X (x,x) ∉R),
- антисимметричное (любое (x_i, x_j) c из (x_i, x_j) ∈R и (x_j, x_i) ∈R следует $x_i = x_j$).

<u>Ответ обязательно обосновать (подтвердить или опровергнуть).</u>

Литература

1. Хаггард Г., Шлипф Дж., Уайтсайдс С. Дискретная математика для программистов. – М.: БИНОМ, 2010. – 627 с.
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера, изд. 6. - СПб: Лань, 2009. – 400 с.
3. Введение в JSON [Электронный ресурс]. URL: http://www.json.org/json-ru.html. (дата обращения: 20.09.2015).
4. Бинарное отношение [Электронный ресурс]. URL: http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=Бинарное_отношение. (дата обращения: 05.10.2015).

Пример задания из ws-dss:

Метод: relation_task
Пользователь: ------------------
Входные данные:

```
{"team":-----------}
```

Выходные данные:

```
Уникальный номер бригады -----------


Даны множества:

S0={5,4,2,1}

S1={2,5,3}

S2={1,4,3}

1. Укажите мощность декартова произведения данных множеств

2. Постройте декартово произведение множеств


Дано множество:

x={1,2,3,4,5}

Даны отношения:

R0={(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)}

R1={(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)}
```

R2={(1,3),(1,5),(2,2),(2,4),(3,1),(3,3),(3,5),(4,2),(4,4),(5,1),(5,3),(5,5)}

R3={(2,1),(4,3),(5,4)}

R4={(1,2),(1,4),(1,5),(2,1),(2,4),(2,5),(3,1),(3,2),(3,4),(3,5),(4,1),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4)}

R5={(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5)}

R6={(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3),(4,1),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)}

R7={(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)}

R8={(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(3,3),(3,4),(3,5),(4,4),(5,5)}

R9={(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(2,4),(2,5),(3,4),(3,5),(4,5)}

R10={(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,1),(2,3),(2,4),(2,5),(3,1),(3,2),(3,5),(4,1),(4,2),(4,3),(4,5),(5,2),(5,3),(5,4)}

R11={(2,1),(3,1),(3,2),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3)}

R12={(1,1),(2,1),(2,2),(3,1),(3,2),(3,3),(4,1),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5)}

R13={(1,1),(2,2),(3,3),(5,5)}

Перечислите номера:

3. Рефлексивных отношений
4. Антирефлексивных отношений
5. Симметричных отношений
6. Антисимметричных отношений
7. Асимметричных отношений
8. Транзитивных отношений
9. Антитранзитивных отношений
10. Связных отношений
11. Отношений эквивалентности
12. Отношений частичного порядка
13. Отношений строгого порядка
14. Отношений линейного порядка
15. Отношений доминирования

Код ошибки/проверки: 0/0/0

Создан: 2015-10-21 11:44:56 +0300
Изменен: 2015-10-21 11:44:57 +0300